

# 国债期货定价:基本原理与文献综述

陈 蓉 葛 骏

(厦门大学 经济学院 福建 厦门 361005)

**摘 要:**我国现行的国债期货定价相对复杂。充分理解“质量期权”的性质和价值对国债期货交易、套利和套期保值都具有十分重要的意义。在对国债期货的设计原理及国债期货市场特有的标准券、转换因子、CTD 券、隐含回购率和质量期权等概念进行梳理的基础上,可给出不考虑质量期权情形下的国债期货持有成本定价模型,并对质量期权定价的相关文献进行述评。现有研究中关于质量期权定价的研究方法,主要有已实现期权价值法、隐含期权价值法、静态复制法和联合分布法。联合分布法又可以分为资产交换期权法、动态利率模型法和情景模拟法,理论上可以用于国债期货和质量期权的实时定价。实际使用时选择何种模型,应视真实的市场环境或具体的研究目标而定。

**关键词:**国债期货;质量期权;期货定价

中图分类号:F830.9 文献标识码:A 文章编号:0438-0460(2015)01-0033-08

2013 年 9 月 6 日,新版中期国债期货在中国金融期货交易所(以下简称“中金所”)上市。其最重要的特征之一,是为了增加现货体量,降低被操纵的可能性,将其标的资产(即“可交割债券”)设定为不止一种,只要是“期货合约到期月首日剩余期限为 4 至 7 年的记账式附息国债”均可作为标的资产用于交割,从而大大增加了操纵难度。从迄今为止的实际运行来看,国债期货表现出交易理性、与现货价格联动良好的特征。可以认为,这一设计对国债期货稳健运行,合理发挥其套期保值功能起到了重要的作用。

当然,这一设计也使得国债期货定价相对复杂,加上国债期货沿用现券市场净价报价全价结算的市场惯例,使得国债期货的价格决定机制更加令人难以理解。其中最大的挑战,就是由于国债期货合约存在多个可交割券,并规定最终交割时由期货空方决定选择哪只债券进行交割,因此在合约中就隐含了一份期货空方所拥有的“择券期权”或“质量期权”。充分理解这一期权的性质和价值,对国债期货交易、套利和套期保值都具有十分重要的意义。本文的主要工作,就是对国债期货定价、报价的基本原理和质量期权定价的相关文献进行整理和分析,为国债期货定价提供相关参考。

文章首先对标准券、转换因子和 CTD 券等国债期货市场特有的概念进行介绍和剖析,之后先

收稿日期:2014-09-10

基金项目:国家自然科学基金青年项目“投资者风险偏好:度量与应用”(71101121);国家自然科学基金面上项目“资产价格中隐含通货膨胀信息的提取、分析与应用”(71371161);国家自然科学基金面上项目“波动率微笑:隐含信息与动态建模”(71471155)。

作者简介:陈蓉,女,福建福清人,厦门大学经济学院教授、博士生导师,经济学博士;葛骏,男,江苏兴化人,厦门大学经济学院博士研究生。

提出不考虑期权情形下的国债期货定价模型,最后对国债期货中质量期权的相关研究进行介绍和分析,为中国国债期货及其质量期权的定价与研究提供参考。

## 一、标准券、转换因子与 CTD 券

与股指期货标的资产的“唯一性”不同,国债期货最主要的特点就是其标的资产的“多样性”,满足一定要求的国债均是其标的资产,都可用于到期交割。尽管有很多现货,但期货报价只有一个,因此每份国债期货合约均引入虚拟的“标准券”,期货报价以标准券报价,同时交易所公布所有可交割券与这一标准券之间的转换因子,实现标准券与真实券价格之间的转换。

具体来说,中国 5 年期国债期货合约规定,其标准券是在期货到期月时剩余期限 5 年整、票面利率 3% 的虚拟券,而只要是在期货合约到期月首日剩余期限为 4 至 7 年的记账式付息国债均是其标的资产。每份期货合约上市交易时,中金所都会公布该合约对应的所有已发行可交割券<sup>①</sup>及其相应的转换因子(Conversion Factor,以下用 CF 表示)。例如,转换因子为 0.9812,意味着该只真实可交割券的期货净价是标准券期货净价的 0.9812 倍。

转换因子的基本计算原理是:以相同的贴现率(3%)同时计算所有真实可交割券和虚拟标准券在期货到期时的净价,每个真实券的净价与标准券净价之比就是该真实券的转换因子。<sup>②</sup>其基本逻辑是:当我们以同样的定价基准(即相同贴现率)在同一个时刻(期货到期日)计算不同债券的价格,如果标准券净价为 100 元,而某真实券的净价为 98.12 元,可以认为真实券的期货价格应是标准券期货价格的 0.9812 倍。

尽管具有一定的合理性,然而转换因子的计算却并非是完美的。真正公平的转换因子应当是期货到期时可交割券的真实净价与标准券真实净价之比。但在期货到期前,由于无法事先预知这些债券的真实价值,交易所只能以假设的统一贴现率(3%)作为定价基准来实现尽量公平的转换。由于转换并不完美,到期时不可避免地存在交割某只债券比其他债券更加合算的情形,而国债期货合约规定最终交割时由期货空方决定选择哪只债券进行交割,相对合算而会被期货空方选中进行交割的债券就被称为“最合算可交割券”(The Cheapest to Deliver,下称“CTD 券”)。而期货空方所拥有的这种权利就称为“择券期权”或“质量期权”。显然,由于对空方有利而对多方不利,这一期权的价值必然会使得国债期货的价格相对有所下降。因此,要为国债期货合理定价,必须考虑这一质量期权的价值。

## 二、不考虑质量期权的国债期货定价

如果不考虑国债期货中的质量期权价值,与其他期货一样,国债期货可以用“持有成本法”定价<sup>③</sup>,用连续复利表示为

$$F_t = (P_t + AI_t - I_t) e^{r(T-t)} \quad (1)$$

其中, $t$  和  $T$  分别为定价时刻和国债期货到期时刻, $P_t$ 、 $AI_t$  和  $F_t$  分别为  $t$  时刻的现券净价、应计利息和期货全价, $I_t$  为国债期货剩余期限内现券所付现金票息的现值, $r$  为  $t$  到  $T$  的无风险连续

① 在期货存续期内,财政部可能新发行一些“在期货合约到期月首日剩余期限为 4 至 7 年的记账式付息国债”,发行后这些新券也会成为可交割券,使得可交割券数量增加。

② 具体计算公式可参考中金所网站上公布的中国 5 年期国债期货转换因子计算公式。

③ 持有成本模型的基本原理介绍可参见陈蓉和郑振龙(2011)。

复利利率。

在使用式(1)的持有成本模型为国债期货定价时,需要注意两个问题: 现券的选择和标准券净价的转换。

所谓现券的选择是指国债期货的可交割券不止一种,在使用持有成本法时,首先要确定公式中的  $P_t$  和  $AI_t$  是哪一个现券的净价和应计利息。理论上应选择 CTD 券,因为这是期货卖方最终用于交割的券。但在期货到期交割之前,人们无法预知哪个券是 CTD 券,因此在到期之前的  $t$  时刻,只能选择当时的信息条件下最可能被交割的“准 CTD 券”作为定价基准。

一般认为,给定时刻 IRR(Implied Repo Rate, 隐含回购利率)最大的券就是当时条件信息下的“准 CTD 券”。如果假设期货剩余期限内债券将支付一次现金票息,IRR 被定义为

$$IRR(t) = \frac{t \text{ 时刻期货全价} - t \text{ 时刻现券全价} + \text{期货期限内现券付息}}{t \text{ 时刻现券全价} \times \frac{T-t}{365} - \text{期货期限内现券付息} \times \frac{T-\tau}{365}}$$

其中  $\tau$  为债券付息时刻。可以看出,对期货空方来说,IRR 最大意味着在  $t$  时刻购买该现券,并通过期货锁定未来的卖价,所能获得的年化收益率最大,从而是  $t$  时刻信息下的最合算债券。<sup>①</sup>

在实际操作中,IRR 并非唯一的确定标准。例如,在中国市场上,由于国债现券缺乏流动性,当日 IRR 高的债券不一定能买到,或不一定能按看到的市场价格成交。另一种可能的情形则是,虽然 IRR 高的债券改变了,但市场可能整体存在一定的惯性,或存在一定的换券成本,或不同市场的参与者对可交割券存在不同的偏好,这使得市场不会轻易改变之前对“准 CTD 券”的判断,即市场对“准 CTD 券”选择并非完全理性。因此,一种可行的做法是将 IRR 与流动性指标和市场整体判断相结合: 先计算 IRR 并进行排序,而后根据市场的流动性、债券可得性和市场的惯性来判断当日的“准 CTD 券”。

所谓标准券净价的转换是源于国债期货市场使用标准券净价报价,而式(1)计算得到的却是针对真实券的期货全价,因此需要减去“准 CTD 券”在交割时的应计利息得到净价,再除以该券的转换因子,得到对应的标准券期货净价,才是最终在交易中使用的国债期货报价。相应的计算公式可以表达为

$$Q_t = \frac{F_t - AI_{\text{准CTD},t}}{CF_{\text{准CTD}}}$$

### 三、国债期货中的质量期权定价研究

尽管看起来步骤较多,上述不考虑质量期权的国债期货定价本身并不复杂。但如果考虑期货空头所拥有的质量期权,问题就没有那么简单了。研究者们从不同的角度、采用不同的方法对这一复杂问题进行了探索,从现有文献来看,主要方法大致分为以下四种:

#### (一) 已实现期权价值法

此类研究的基本思路是利用历史的真实交割数据计算已实现质量期权价值。所谓“已实现”是指基于历史的真实数据进行回溯,假设期货空方在到期前已经买入某一债券,再计算期货到期时,空方更换为最合算的 CTD 券进行交割所得到的额外回报,如 Hegde(1990) 和 Hemler(1990)。

已实现期权价值法的最大优点是不需要对债券价格和利率过程做任何假定,可以从一个侧面

<sup>①</sup> 可以看出,如果 IRR 高于投资者的资金成本,就可能存在套利机会。在无套利情况下,IRR 应等于资金成本。由于金融机构的短期资金成本多为回购利率,IRR(隐含回购利率)因此而得名。

来研究历史上质量期权价值占国债期货价格的比例,例如 Hemler(1990)发现 1977—1986 年间美国长期国债已实现质量期权的价值大约占期货面值的 0.2%。但这类方法也存在两个不足:第一,为了保证得到的结果具有统计意义,此方法需要一段足够长时间的真实到期交割数据作为研究样本;第二,该方法只能计算得到质量期权价值的历史表现,并不能用于国债期货和质量期权的实时定价。

### (二) 隐含期权价值法

此类研究的基本思路是利用历史的真实成交价格数据倒推市场隐含的质量期权价值。该方法运用如式(1)的持有成本模型计算出不含质量期权的国债期货价格,再计算其与国债期货的市场价格之差,认为就是市场隐含的质量期权价值,如 Gay 等(1984)和 Hemler(1990)。Hemler(1990)发现用此方法计算得到的 1977—1986 年间美国长期国债期货隐含质量期权的价值大约为期货面值的 0.3%。

与“已实现期权价值法”一样,“隐含期权价值法”也不需要债券价格和利率过程做任何设定;但“隐含期权价值法”可以利用每个时刻的国债期货成交价格,而不像与“已实现期权价值法”那样只能利用到期日的交割数据,因此对数据的要求较低。然而,Chance 等(1993)指出,“隐含期权价值法”的一个重要缺陷是,由于市场价格中存在噪音,很难确定该方法得到的究竟真是质量期权价值,还是其他期权的价值、定价偏误或计算误差。另外,该方法依然只能计算出质量期权价值的历史表现,不能用于国债期货的实时定价。

### (三) 静态复制法

此类研究的基本思路是将国债期货中的质量期权表达为某些市场上有交易的利率期权的组合,从而计算出质量期权的价值。Boyle(1989)和 Balbas 等(2010)是典型代表。

Boyle(1989)的做法是:将含有质量期权的期货合约拆分为以下两个资产的组合:标的资产为期货合约中规定的可交割券中最便宜的债券、执行价格为 0 的一个欧式看涨期权多头和一个欧式看跌期权空头,由此得到期货的均衡价格实际上相当于此欧式看涨期权当前的价格与  $e^{rx(T-t)}$  的乘积,其中  $T-t$  为从定价时刻到期货到期日的剩余时间,  $r$  为此期限相应的无风险(连续复利)利率。该文章假设各可交割资产收益率(连续复利)的方差协方差矩阵服从多元正态分布,并在假设所有资产的初始价格、收益率标准差以及收益率相关系数都相同的情况下,发现可交割资产的数量越多,期货价格越低,也就是质量期权的价值越高;收益率之间的相关系数越大,期货价格越高,也就是质量期权的价值越低。Balbas 等(2010)同样利用资产组合静态复制的方法,使用含有质量期权的期货合约的看涨期权和看跌期权来复制期货合约内含的质量期权,文章还给出了存在市场摩擦时质量期权价值的范围。

静态复制法直接利用市场数据为质量期权定价,可以规避模型风险和参数风险,但要求所需的利率衍生品在市场上有交易,并且市场价格合理。

### (四) 联合分布法

此类方法的基本思路是通过估计债券价格或利率的未来联合分布来确定质量期权和国债期货的价格。具体来看,已有研究又大致分为三种做法:

#### 1. 资产交换期权法

在国债期货交割时,空方执行质量期权实际上相当于将其他债券置换为 CTD 券进行交割,因此将质量期权视为一种多资产的交换期权是很自然的想法。而对于资产交换期权,在某些特定的随机过程下(主要是联合几何布朗运动),我们可以获得期权价值的解析解。这使得这一方法看上去非常有吸引力,主要相关文献包括 Margrabe(1978)、Gay 等(1984)和 Hemler(1990)等。

Margrabe(1978)在著名的 Black-Scholes-Merton(BSM)期权定价模型的基础上导出了两种无

红利资产的交换期权定价公式,这个定价公式的本质是将BSM期权定价公式中确定的执行价格K替换为另一种资产的价格。Gay等(1984)使用此交换期权定价公式对小麦期货中的质量期权进行了定价。他们假设只有两种可供选择的交割对象,所有交割对象都具有相同且非随机的储藏成本,利率非随机,忽略时间期权和地域期权,无税收。实证分析表明质量期权对小麦期货价格的影响很大,保守估计至少有2.2%。作者认为由于小麦的同质化程度比较高,质量期权的效果还不算特别明显,对于标的资产差距较大的金融期货,比如说长期国债期货,质量期权的影响会更大。Hemler(1990)假设国债期货的可交割券集的价格服从联合几何布朗运动,市场是完美的,忽略远期与期货之间的差别,同时假设所有交易者均选择同一天进行交割,即忽略时间期权,在此基础上导出了国债期货质量期权的定价公式。在可交割券数量为2和3的情况下,Hemler(1990)利用此定价公式得到1977年至1986年间质量期权的价值占美国国债期货价格的比例大约为0.7%至1.2%。Chance(1993)的综述性文献对上述工作进行了总结。

由于在几何布朗运动的假设下可以得到资产交换期权的解析解,资产交换期权法使用时比较简单。但其不足之处也相当明显:首先,资产交换期权法只有在联合几何布朗运动的假设下才能得到解析解,但由于债券价格到期收敛于面值,具有布朗桥的性质,几何布朗运动的假设并不合理。其次,资产交换期权法在具体使用时需要较大的计算量,因为国债期货的标的资产多达数十个,这意味着需要估计一个庞大的方差协方差矩阵,在计算公式中还包含有一个和可交割券数量具有大体相同重数的复杂多重积分。

## 2. 动态利率模型法

由于债券价格的随机过程不易设定,研究者们开始转向设定利率所服从的随机过程,以此推断期货到期时可交割券价格的联合分布,进而估计质量期权的价值。相关文献包括Kane等(1986)、Ritchken(1992)、Bick(1997)、Carr等(1997)、Chen等(2005)、Rendleman(2004)、Nunes等(2007)、Ritchken等(1995)和Ben-Abdallah等(2012)。

Kane等(1986)和Ritchken(1992)是该方法的早期文献。Ritchken(1992)设定了远期利率的随机过程,其中波动项被设定为指数形式的 $\sigma e^{-\kappa(T-t)}$ 。在这种设定下,即期利率未来的风险中性分布为正态分布。当所有可交割券都是零息债时,文章给出了国债期货价格的解析解。当可交割券中含有付息债时,解析解将变得非常复杂,但是可以用分位数的方式计算债券价格期望值的数值解,确定未来的CTD券并得到国债期货的价格。Kane等(1986)则构造了一个由债券的剩余期限和息票率作为因子的利率期限结构模型,在实证部分首先由1978年至1982年间的历史数据估计得到参数之间的相关系数和标准差,然后以期货到期前3个月的实际利率期限结构作为初值进行Monte-Carlo模拟,得到了10000种未来可能的利率期限结构情形,并由此确定每一种情形下的CTD券,得到质量期权的价值。该文章发现,由此得到的3个月质量期权价值至少是国债期货价格的2%到6%。

随着动态利率模型理论的发展,一些常见的动态利率模型被运用到质量期权的定价中来,包括Vasicek模型、CIR模型、BDT模型和HJM模型。

其中,Bick(1997)假设无风险利率的随机过程服从Vasicek模型,由此得到两种情形下含有质量期权的期货价格的闭式解,一种情形的标的资产为n只不同到期期限的零息债,另一种情形的标的资产是n种商品。对于前一种情形,期货价格的解的形式类似于这n个零息债各自的期货价格的某种加权平均。文章将权重系数解释为等价于一种动态的策略,这种策略利用单个零息债的期货合约复制了含有质量期权的期货合约每一瞬间的现金流变化。

Carr等(1997)是使用单因子CIR模型的典型文献,该文通过对瞬时利率建模,得到了国债期货价格以及质量期权价值的解析解。这个解析解是在假设将未来的即期利率分成多个区间,而每

个区间对应于不同的最便宜可交割债券的基础上得到的。该文章发现,得到的国债期货价格的解可以视为所有可交割债券现券价格的一个加权组合,也可以视为所有可交割债券期货价格的一个加权组合。作者将权重系数解释为某只债券将会成为最便宜可交割券的风险中性概率。这也同时意味着,国债期货多头的一方可以通过卖空现券组合或是现券期货组合来复制国债期货,实现完全套保。文章还利用短期利率和长期利率因子建立了双因子模型,两个因子均服从 Vasicek 过程,并用双因子模型进行了实证分析。对 1987—1991 年美国国债期货的实证结果表明质量期权对国债期货价格的影响很大,因此双因子模型和传统的持有成本模型得到的结果具有很大的区别。同样使用 CIR 模型的还有 Chen 等(2005)。

Rendleman(2004)使用 BDT 模型对国债期货及其内含的质量期权进行定价。文章假设利率期限结构和波动率期限结构均为水平,对 2002 年 2 月份开始到 2003 年 2 月份交割的美国国债期货的实证结果表明,当即期利率十分接近于美国国债期货虚拟券的到期收益率 6% 时,质量期权的价值很大,此时最优套期保值比率会大幅偏离于基于传统久期得到的套期保值比率,当即期利率远离 6% 时,则可以不考虑质量期权对套期保值比率的影响。

Nunes 等(2007)利用 HJM 模型,在条件近似和一阶近似的情况下得到了质量期权价值的解析解,这种方法在任何可交割资产以及任意维数的 HJM 模型下均可使用。得到的国债期货的价格可以写为单个零息债券期货价格的一种加权平均的形式,权重系数中仅含有一维正态分布概率密度函数。在实证部分,该文首先使用 Monte-Carlo 方法进行测试,发现解析解和模拟的结果之间的差距非常小,小于 1 个基点。最后作者用三因子 HJM 模型对从 1999 年 3 月到 2001 年 9 月在 EUREX 交易的德国国债期货进行了研究,发现解析解和真实的市场价格非常接近,日均差距的绝对值不超过 8 个基点。而质量期权占国债期货价格的比例非常小,平均不超过 5 个基点,几乎可以忽略不计。同样使用 HJM 模型的还有 Ritchken 等(1995)和 Lin 等(1995)。

Ben-Abdallah 等(2012)则给出了一种对美国长期国债期货定价的数值方法。这种方法考虑了美国长期国债期货合约的所有特征,包括质量期权、百搭卡期权、月末期权在内的所有期权及其相互作用,以及长达三天的交割流程中各个重要时间点的区分。文中将每一个时间点期货合约的价值用一个值函数来表示,通过比较不同债券执行价值的大小来决定 CTD 券,通过比较持有价值和执行价值来决定在某个时间点是否交割,通过逆推得到当前合理的期货价格。为了减少计算量,作者将状态空间划分为具有有限数量格点的网格,并用线性插值法来进行近似得到值函数的值。文章使用 Vasicek 模型、CIR 模型和 Hull-White 模型进行了实证。其中 Hull-White 模型的参数用 Vasicek 模型和极大似然估计进行校准,市场接口  $t$  时刻的瞬时利率使用 NS 模型得到。实证结果表明理论期货价格平均比真实期货价格高 2%,这说明市场有可能高估了交割期权的价值。同时还发现市场高估交割期权价值时,收益率曲线的斜率为正且很大,低估高估交割期权价值时,收益率曲线则接近平坦。这篇文章是所有文献中做得最翔实的一篇,但其最大的不足之处是假设债券以一个固定的息票率连续付息,由此替代真实的付息日和付息频率,这与现实不符。

可以看到,“动态利率模型法”克服了“资产交换期权法”的两个主要缺点:假设可交割券价格服从联合几何布朗运动;可交割券的维度太高,从理论上说是为国债期货和质量期权定价的最合理方法。但“动态利率模型法”相当复杂,而且具有较大的模型风险和参数选择风险,在具体使用时,需要对具体动态模型的准确性、合理性和可操作性进行权衡和选择。

### 3. 情景模拟法

在 Burghardt 等(2005)的专著中提到了一种“情景模拟法”,该方法主要为业界采用。其基本思路是,根据历史经验和主观判断,推断到期收益率曲线未来可能的变化情景和发生概率,判断各种情景下的 CTD 券,相应计算质量期权价值。“情景模拟法”显然也是联合分布法的一种,操作过

程相对简单易于理解,但其准确性显然依赖于操作者对未来分布的人为判断,具有较大的主观性和不精确性。

#### 四、定价方法的比较与选择

由于质量期权定价难度较大,市场交易者往往倾向于低估甚至忽略质量期权的价值。但现实中应视利率波动率的大小而定。波动率是影响期权价值的重要因素。在利率波动较小的时期,质量期权的价值通常较低,可以暂时不考虑质量期权价值,而直接用“持有成本法”为国债期货定价,简单且误差不会太大。但在利率波动较大的时期,质量期权的价值就不能忽视了,不考虑质量期权的价值,一则会导致定价偏误,二则会影响套期保值的效果。定价和套期保值两者是相互影响的:在利率波动较大时,国债期货的精确套期保值需求特别旺盛;然而,也正是在这样的时期,空方换券的可能性较大,相应地,质量期权对国债期货价值的影响也较大。未对质量券期权定价有深入研究,套期保值效果将大打折扣。

那么,面对众多质量期权定价与分析方法,又该如何抉择?一般来说,“已实现期权价值法”和“隐含期权价值法”主要用于分析质量期权价值的历史表现,可以为我们分析国债期货和质量期权价值的市场特征提供重要信息,但不能用于国债期货和质量期权的实时定价。“静态复制法”的使用要求市场上有相关的期权交易且定价比较合理。“资产交换期权法”对前提条件的要求较为严格,在国债期货上使用这一方法可能存在误差。理论上比较合理的方法是“动态利率模型法”,但易于受到模型风险和参数风险的影响,最好经过一段时间的市场验证,在各类动态利率模型中做出合适的选择。如果对投资经理的经验和判断能力比较信赖,也可使用“情景模拟法”。因此,在实际使用时选择何种模型应视真实的市场环境或具体的研究目标而定。

总之,本文对我国于2013年新上市的5年期国债期货的设计原理进行了简单介绍,并剖析了国债期货所特有的标准券、转换因子、CTD券、隐含回购率和质量期权等概念。对于大家共同关注的国债期货特别是其中的质量期权定价问题,本文给出了不考虑质量期权情形下的国债期货持有成本定价模型,并对现有研究中关于质量期权定价的文献进行了述评,对各种定价方法的本质和适用性进行了比较,实际使用时选择何种模型可以视真实的市场环境或具体的研究目标进行选择。

#### 参考文献:

- 陈蓉、郑振龙,2011:《固定收益证券》,北京:北京大学出版社。
- Balbas A., Reichardt S., 2010, “On the Future Contract Quality Option: A New Look”, *Applied Financial Economics*, 20, 1217-1229.
- Ben-Abdallah R., Ben-Ameur H., Breton M., 2012, “Pricing the Chicago Board of Trade T-Bond Futures”, *Quantitative Finance*, 12(11), 1663-1678.
- Bick A., 1997, “Two Closed-Form Formulas for the Futures Price in the Presence of a Quality Option”, *European Finance Review*, 1, 81-104.
- Boyle P. P., 1989, “The Quality Option and Timing Option in Futures Contracts”, *Journal of Finance*, 44(1), 101-113.
- Burghardt G., Belton T., 2005, *The Treasury Bond Basis: An in-Depth Analysis for Hedgers, Speculators, and Arbitrageurs*, U. S.: McGraw-Hill.
- Carr P., Chen R. -R., 1997, “Valuing Bond Futures and the Quality Option”, Working Paper.
- Chance D. M., Hemler M. L., 1993, “The Impact of Delivery Options on Futures Prices: A Survey”, *Journal of Futures Markets*, 13(2), 127-155.
- Chen R. -R., Yeh S. -K., 2005, “Analytical Bounds for the Treasury Bond Futures Prices”.

- Gay G. D. , Manaster S , 1984 , “The Quality Option Implicit in Futures Contracts” , *Journal of Financial Economics* , 13 , 353-370.
- Hegde S. P , 1990 , “An Ex Post Valuation of the Quality Option Implicit in the Treasury Bond Futures Contract” , *Journal of Banking and Finance* , 14( 4) , 741-760.
- Hemler M. L , 1990 , “The Quality Delivery Option in Treasury Bond Futures Contracts” , *Journal of Finance* , 45( 5) , 1565-1586.
- Kane A. , Marcus A. J , 1986 , “The Quality Option in the Treasury Bond Futures Market: An Empirical Assessment” , *Journal of Futures Markets* , 6( 2) , 231-248.
- Lin B. -H. , Paxson D. A , 1995 , “Term Structure Volatility and Bund Futures Embedded Options” , *Journal of Business Finance and Accounting* , 22 , 101-127.
- Margrabe W , 1978 , “The Value of an Option to Exchange One Asset for Another” , *Journal of Finance* , 33( 1) , 177-186.
- Nunes J. P. V. , Oliveira L. A. F. d. 2007 , “Multi-Factor and Analytical Valuation of Treasury Bond Futures with an Embedded Quality Option” , *Journal of Futures Markets* , 27( 3) , 275-303.
- Rendleman Jr. R. J , 2004 , “Delivery Options in the Pricing and Hedging of Treasury Bond and Note Futures” , *Journal of Fixed Income* , 14( 2) , 20-31.
- Ritchken P , 1992 , “Pricing the Quality Option in Treasury Bond Futures” , *Mathematical Finance* , 2( 3) , 197-214.
- Ritchken P. H. , Sankarasubramanian L , 1995 , “A Multifactor Model of the Quality Option in Treasury Futures Contracts” , *Journal of Financial Research* , 18 , 261-279.

[责任编辑: 叶颖玫]

## On the Pricing of Treasury Bond Futures: Principles and a Literature Review

CHEN Rong , GE Jun

( School of Economics , Xiamen University , Xiamen 361005 , Fujian)

**Abstract:** Currently , the pricing of treasury bond futures in China is of great complexity. This paper argues that a full understanding of the nature and value of “quality options” is of paramount importance for the successful transaction , arbitrage and value-insurance of treasury bond futures. This study discusses the designing principles of treasury bond futures as well as concepts like standard bond , conversion factor , cheapest to deliver , implied repo rate and quality options that unique to the market of treasury bond futures. Then it generates a pricing model for treasury bond futures without taking quality options into consideration. In our literature review it is discovered that methods used in researching the pricing of quality options can be classified into the realized quality option method , the implied quality option method , the static replication method and the joint distribution method. The joint distribution method , which can theoretically be used in real-time pricing , can be further classified into the exchange option method , the dynamic term structure method and the scenario simulation method. It is suggested that real market conditions or objectives of research should be taken into account when scholars choose from among the various models.

**Key Words:** treasury bond futures , quality option , pricing of futures